

1. BÖLÜM



Polinomlar

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ gerçel sayı ve n doğal sayı olmak üzere;

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

ifadesine polinom denir. Polinomun derecesi n ve baş katsayısı a_n 'dir. Polinomlar $P(x), Q(x), T(x), R(x), \dots$ şeklinde gösterilir.

ÖRNEK

$$P(x) = 2x^{m-3} - 3x^2 + 4x^{6-m} + 7$$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre, m nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

ÇÖZÜM

Bu ifadenin bir polinom belirtmesi için üsleri birer doğal sayı olmalıdır. Bu yüzden

$$\begin{aligned} m-3 &\geq 0 & \text{ve} & & 6-m &\geq 0 \\ m &\geq 3 & \text{ve} & & 6 &\geq m \end{aligned}$$

ise $3 \leq m \leq 6$ dir. Bu şartları sağlayan m değerleri toplamı,

$$3 + 4 + 5 + 6 = 18 \text{ olur.}$$

Cevap A'dır.

ÖRNEK

$$Q(x) = x^3 + 5x^{\frac{6}{a+1}} - 2x + 3$$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre, a nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -12 B) 0 C) 4 D) 6 E) 12

ÇÖZÜM

Bu ifadenin polinom olduğu bilindiğine göre $a + 1, 6$ nın bölenleri olmak zorundadır. Öyleyse

$$a + 1 = 1, 2, 3 \text{ veya } 6 \text{ olabilir.}$$

Buna göre,

$$a + 1 = 1 \Rightarrow a = 0$$

$$a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2$$

$$a + 1 = 6 \Rightarrow a = 5 \text{ bulunur.}$$

Bu değerlerin çarpımı da 0 olur.

Cevap B'dir.



NOT

İki polinom birbirine eşitse aynı dereceli terimlerin katsayıları eşittir. Yani,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0$$

$P(x) \equiv Q(x)$ ise,

$$a_n = b_n, a_{n-1} = b_{n-1}, a_{n-2} = b_{n-2}, \dots, a_1 = b_1, a_0 = b_0 \text{ dir.}$$

ÖRNEK

$$P(x) = (2 - a)x^2 - 3x + b - 2$$

$$Q(x) = 4x^2 + cx - 5$$

polinomları veriliyor.

$P(x) \equiv Q(x)$ olduğuna göre, $a + b + c$ kaçtır?

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -6

ÇÖZÜM

İki polinomun birbirine denk olabilmesi için aynı dereceli terimlerin katsayıları birbirine eşit olacağından,

$$\begin{cases} 2 - a = 4 \Rightarrow a = -2 \\ -3 = c \Rightarrow c = -3 \\ b - 2 = -5 \Rightarrow b = -3 \end{cases} \quad a + b + c = -8$$

Cevap C'dir.

ÖRNEK

$P(x) = x^3 - 2x^2 + 7x - 2$ polinomu veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

- a) $P(1)$ b) $P(-2)$ c) $P(x-1)$ d) $P(x^2)$

ÇÖZÜM

Polinom sorularında her zaman bir verilen ifade vardır bir de istenen ifade. Soruları çözerken verilen polinomda "x yerine ne yazarsak istenen ifadeyi elde ederiz?" sorusunun cevabını aramalıyız.

Buna göre,

a) $P(1)$ sorulduğundan verilen polinomda x yerine 1 yazılmalıdır. Tüm x lerin yerine 1 yazılırsa

$$P(1) = 1 - 2 + 7 - 2 = 4 \text{ olur.}$$

b) $P(-2)$ yi bulabilmek için x yerine (-2) yazmalıyız.

$$P(-2) = (-2)^3 - 2(-2)^2 + 7(-2) - 2$$

$$P(-2) = -8 - 8 - 14 - 2 = -32 \text{ olur.}$$

c) $P(x)$ polinomu verilir $P(x - 1)$ polinomu istendiğinden, x yerine $(x - 1)$ yazılmalıdır.

$$P(x - 1) = (x - 1)^3 - 2(x - 1)^2 + 7(x - 1) - 2 \text{ olur.}$$

d) Bu sefer de x yerine x^2 yazmalıyız.

$$P(x^2) = (x^2)^3 - 2(x^2)^2 + 7(x^2) - 2$$

$$P(x^2) = x^6 - 2x^4 + 7x^2 - 2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK

$$P(x - 2) = 2x^2 - 3x + 8$$

polinomu için aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

- $P(2)$
- $P(-1)$
- $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı
- $P(x)$ polinomunun sabit terimi
- $P(x)$ polinomu
- $P(x + 1)$ polinomu

ÇÖZÜM

Bir önceki örnekte anlatıldığı gibi verilen polinomdan istenen ifadeye geçebilmek için, verilen polinomu istenen ifadeye eşitleyerek x yerine ne yazmamız gerektiğini buluruz.

a) $x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4$ bulunur.

Öyleyse verilen polinomda x yerine 4 yazılırsa $P(2)$ bulunmuş olur.

$$P(4 - 2) = 2 \cdot 4^2 - 3 \cdot 4 + 8$$

$$P(2) = 32 - 12 + 8 = 28 \text{ olur.}$$

b) $x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1$ bulunur.

Bu sefer de verilen polinomda x yerine 1 yazılmalıdır.

$$P(1 - 2) = 2 - 3 + 8$$

$$P(-1) = 7 \text{ olur.}$$

c) Bu şıkkı bulabilmek için iki yol vardır:

- $P(x)$ polinomunu bularak katsayılarını toplamak
- $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı sorulurken $P(?)$ sorulduğunu bulmak

İlk yol karmaşık verilen polinomlar için çok zor olduğundan tavsiye edilen ikinci yoldur. Bunun için $P(x)$ polinomunu tanımlayalım

$$P(x) = ax^2 + bx + c \text{ olsun}$$

Bu polinomun katsayıları a , b ve c dir. O zaman bize sorulan şey $a + b + c$ dir. Bunu bulabilmek için x yerine 1 yazılmalıdır. O zaman

$$P(1) = a + b + c = ? \text{ olur.}$$

Bu sayede $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı derken $P(1)$ sorulduğunu öğrenmiş oluruz. Bunun için verilen istenene eşitlersek;

$$x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3 \text{ olur.}$$

$$P(3 - 2) = 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 8$$

$$P(1) = 18 - 9 + 8 = 17 \text{ bulunur.}$$

d) $P(x) = ax^2 + bx + c$ olsun. Bu polinomun sabit terimi c dir. Burada yalnızca c yi bulabilmek için,

$$P(0) = c = ? \text{ bulunmalıdır.}$$

Yani $P(x)$ polinomunun sabit terimi demek $P(0)$ demektir. Artık soru $P(x - 2)$ polinomu verilir $P(0)$ soruluyor şeklinde düşünülebilir.

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ olur.}$$

$$P(2 - 2) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 8$$

$$P(0) = 8 - 6 + 8 = 10 \text{ olur.}$$

e) $P(x)$ polinomunu bulabilmek için verilen istenene eşitlersek,

$$\textcircled{x} - 2 = x \Rightarrow \textcircled{x} = x + 2 \text{ olur.}$$

verilen polinomdaki x yuvarlak içine alınarak diğerleriyle karıştırılması önlenmiştir.

Verilen polinomda x yerine $x + 2$ yazarsak.

$$P(x + 2 - 2) = 2 \cdot (x + 2)^2 - 3(x + 2) + 8$$

$$P(x) = 2(x^2 + 4x + 4) - 3x - 6 + 8$$

$$P(x) = 2x^2 + 8x + 8 - 3x - 6 + 8$$

$$P(x) = 2x^2 + 5x + 10 \text{ olur.}$$

f) $\textcircled{x} - 2 = x + 1 \Rightarrow \textcircled{x} = x + 3$ olur.

Verilen polinomda x yerine $x + 3$ yazılırsa

$$P(x + 3 - 2) = 2(x + 3)^2 - 3(x + 3) + 8$$

$$P(x + 1) = 2(x^2 + 6x + 9) - 3x - 9 + 8$$

$$P(x + 1) = 2x^2 + 12x + 18 - 3x - 9 + 8$$

$$P(x + 1) = 2x^2 + 9x + 17$$



Hangi polinomun katsayıları toplamı sorulursa sorulsun x yerine 1 yazılarak $P(?)$ sorulduğu tespit edilir.

Aynı şekilde hangi polinomun sabit terimi sorulursa sorulsun x yerine 0 yazılarak $P(?)$ sorulduğu tespit edilir.

ÖRNEK

$P(x + 1) = 3x^2 - x - 4$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x - 2)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 10 E) 14



ÇÖZÜM

$P(x - 2)$ polinomunun katsayıları toplamını bulabilmek için x yerine 1 yazılarak $P(?)$ sorulduğu tespit edilmektedir.

$$P(x - 2) = P(-1) = ?$$

↓
1

Demek ki $P(x - 2)$ polinomunun katsayıları toplamı derken $P(-1)$ kastediliyormuş. Bunun için verileni istenene eşitlersek.

$$x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2 \text{ olur.}$$

Bu değeri verilen polinomda yerine yazarsak

$$P(-2 + 1) = 3(-2)^2 - (-2) - 4$$

$$P(-1) = 12 + 2 - 4$$

$$P(-1) = 10 \text{ olur.}$$

Cevap D'dir.

ÖRNEK

$P(2x + 3) = x^7 + 3x^4 - x + 5$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x + 1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÇÖZÜM

$P(x + 1)$ polinomunun sabit terimi soruluyorsa x yerine sıfır yazarsak,

$$P(x + 1) = P(1) = ?$$

↓
0

$P(1)$ sorulduğunu görmüş oluruz.

Buna göre, verilen polinomu istenene eşitlersek,

$$2x + 3 = 1 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1 \text{ olur.}$$

Verilen polinomda x yerine -1 yazarsak,

$$P(2(-1) + 3) = (-1)^7 + 3(-1)^4 - (-1) + 5$$

$$P(-2 + 3) = -1 + 3 + 1 + 5$$

$$P(1) = 8 \text{ olur.}$$

Cevap C'dir.

POLİNOMLARDA DÖRT İŞLEM

1. TOPLAMA ve ÇIKARMA

İki polinomun toplanması ya da çıkarılması için aynı dereceli terimlerin katsayılarının toplanması ya da çıkarılması gerekir.



ÖRNEK

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 2$$

$$Q(x) = x^2 + 4x + 3$$

polinomları için $2P(x) - 3Q(x)$ polinomunun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 + 6x^2 - 3x - 9$ B) $4x^3 - 4x^2 + 3x - 13$
C) $2x^3 + 3x^2 - x - 11$ D) $6x^3 - 2x^2 + 6x + 9$
E) $4x^3 - 9x^2 - 10x - 13$

ÇÖZÜM

$P(x)$ polinomu 2 ile $Q(x)$ polinomu -3 ile çarpılırsa

$$2P(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x - 4$$

$$+ \quad -3Q(x) = \quad -3x^2 - 12x - 9$$

$$2P(x) - 3Q(x) = 4x^3 - 9x^2 - 10x - 13 \text{ olur.}$$

Cevap E'dir.

2. ÇARPMA

İki polinomun çarpımında birinci polinomun her bir terimi ile ikinci polinomun tüm terimleri tek tek çarpılır, aynı dereceli terimlerin katsayıları toplanır.

ÖRNEK

$$P(x) = 2x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x - 2$$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ polinomunun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6x^3 - 4x^2 + 2x - 3$ B) $6x^3 - 7x^2 + 5x - 2$
C) $6x^3 - x^2 + 5x - 2$ D) $x^3 - 5x^2 + 6x + 2$
E) $3x^3 - 2x^2 + x - 4$

ÇÖZÜM

Birinci polinomun her bir terimi ile ikinci polinomun tüm terimleri tek tek çarpılırsa,

$$(3x - 2)(2x^2 - x + 1) = (6x^3 - 3x^2 + 3x) + (-4x^2 + 2x - 2)$$

$$= 6x^3 - 3x^2 + 3x - 4x^2 + 2x - 2$$

$$= 6x^3 - 7x^2 + 5x - 2 \text{ olur.}$$

Cevap B'dir.

ÖRNEK

$$(2x^5 - 3x^3 + x^2 - x + 1)(x^3 + 2x - 7)$$

çarpımı hesaplandığında x^5 li terimin katsayısı kaç olur?

- A) -15 B) -14 C) -13 D) -9 E) -1

ÇÖZÜM

Bu soruda verilen ifadedeki tüm terimler birbiri ile çarpılmak yerine hangi terimlerin çarpımından x^5 li terim elde edilir onu bulmak gerekir.

$$(2x^5 - 3x^3 + x^2 - x + 1)(x^3 + 2x - 7)$$

Burada birinci ifadedeki $2x^5$ ile ikinci ifadedeki (-7) ve birinci ifadedeki x^2 ile ikinci ifadedeki x^3 in çarpımından x^5 li ifade elde edilebilir.

$$(2x^5) \cdot (-7) + x^2 \cdot (x^3) = -14x^5 + x^5 = -13x^5 \text{ olur.}$$

Cevap C'dir.

3. BÖLME

Derece $P(x) \geq$ Derece $Q(x)$ ve Derece $K(x) <$ Derece $Q(x)$ olmak üzere;

$$\begin{array}{r} P(x) \\ \hline K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} Q(x) \\ T(x) \end{array} \right. \text{ veya } P(x) = Q(x) \cdot T(x) + K(x)$$

gösterimine polinomların bölümü denir.

SONUÇ:

- Bölen ile bölümün dereceleri toplamı bölünenin derecesine eşittir.
- Kalanın derecesi bölünenin derecesinden en az bir eksiktir.

ÖRNEK

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 3x + 5$$

$$Q(x) = x^2 - 3x + 1$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunu $Q(x)$ polinomuna bölünüz, bölüm ve kalanı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 3x + 5 \\ \hline - x^4 - 3x^3 + x^2 \\ \hline x^3 + 5x^2 - 3x + 5 \\ \hline - x^3 - 3x^2 + x \\ \hline 8x^2 - 4x + 5 \\ \hline - 8x^2 - 24x + 8 \\ \hline 20x - 3 \end{array}$$

Bölüm: $x^2 + x + 8$ Kalan: $20x - 3$

POLİNOMLARDA DERECE HESABI

Polinomlarda derece hesaplanırken aşağıdaki kurallara dikkat edilir.

$\text{der}(P(x)) = a$, $\text{der}(Q(x)) = b$ ve $a > b$ olmak üzere,

- İki polinom toplanırsa veya çıkarılırsa derecesi, derecesi büyük olan polinomun derecesine eşittir.

$$\text{der}(P(x) \mp Q(x)) = a$$

- Polinomların belli katsayılarla çarpılması polinomun derecesini değiştirmez.

$$\text{der}(2 \cdot P(x) - 5Q(x)) = a$$

- Polinomların değişkenleri dereceleri aynı kalmak üzere değiştirilirse derece değişmez.

$$\text{der}(P(2x - 3) + Q(5x)) = a$$

- Değişkenlerin dereceleri değişirse polinomun derecesi de değişir.

$$\text{I. } \text{der}(P(x^3 - x) - Q(x + 3)) = 3a$$

$$\text{II. } \text{der}(P(x^2 + 1) + 5Q(x)) = 2a$$

- Çarpım halindeki polinomların derecesi, iki polinomun dereceleri toplamına eşittir.

$$\text{I. } \text{der}(P(x) \cdot Q(x)) = a + b$$

$$\text{II. } \text{der}(P(2x + 1) \cdot Q(11x)) = a + b$$

$$\text{III. } \text{der}(P(x^2) \cdot Q(x)) = 2a + b$$

$$\text{IV. } \text{der}(P(x - 2) \cdot Q(x^3 + 1)) = a + 3b$$

- Bölüm halindeki polinomların derecesi, paydaki polinomun derecesinden paydadaki polinomun derecesinin çıkarılmasına eşittir.

$$\text{I. } \text{der}\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right) = a - b$$

$$\text{II. } \text{der}\left(\frac{P(x^2)}{Q(x + 1)}\right) = 2a - b$$

ÖRNEK

$$\text{der}\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right) = 7$$

$$\text{der}(2 \cdot P(x) - Q(x)) = 11$$

olduğuna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

ÇÖZÜM

$P(x)$ polinomunun derecesi a , $Q(x)$ polinomunun derecesi b olsun.

$$\text{der}\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right) = a - b = 7 \text{ olur.}$$

Burada $P(x)$ polinomunun derecesinin $Q(x)$ polinomunun derecesinden büyük olduğunu görürüz. Buna göre,

$2P(x) - Q(x)$ polinomunun derecesi $P(x)$ in derecesine eşittir. Öyleyse $a = 11$ dir.

$a - b = 7$ ifadesinde a yerine 11 yazılırsa

$b = 4$ bulunur. Buna göre,

$$\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = a + b = 11 + 4 = 15 \text{ olur.}$$

Cevap A'dır.



ÖRNEK

$$P(x) = x^3 - 2x^5 + x - 1$$

$$Q(x) = x^{12} - 3x^4 + 7$$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $\frac{x \cdot Q(x)}{P(x+1)}$ polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM

Soruda verilenlere göre

$$\text{der}(P(x)) = 5$$

$$\text{der}(Q(x)) = 12 \text{ olur.}$$

Bölüm ifadesinde verilen x de bir polinom olduğundan $x \cdot Q(x)$ polinomunun derecesi

$$12 + 1 \text{ den } 13 \text{ olur.}$$

Öyleyse

$$\text{der}\left(\frac{x \cdot Q(x)}{P(x+1)}\right) = 13 - 5 = 8 \text{ olur.}$$

Cevap **D**'dir.

BİR POLİNOMUN $ax + b$ İLE BÖLÜMÜNDEN KALANI BULMAK

Bir $P(x)$ polinomunun $ax + b$ ile bölümündeki bölüm $Q(x)$ kalan $K(x)$ olsun. Bu durumda

$$P(x) = (ax + b) \cdot Q(x) + K(x) \text{ olur.}$$

$K(x)$ in değerini bulmak için $Q(x)$ in yok edilmesi bunun içinde $ax + b$ nin sıfıra eşit olması gerekir.

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \text{ değeri polinomda yerine yazılarak}$$

kalan yani $K(x)$ bulunmuş olur.

$$P\left(-\frac{b}{a}\right) = K(x) \text{ ya eşittir.}$$

Yani;

Γ Bir $P(x)$ polinomunun $ax + b$ ile bölümünden kalan soruluyorsa $ax + b$ sıfıra eşitlenerek bulunan değer $P(x)$ polinomunda yerine yazılır.

ÖRNEK

$$P(x) = 2x^3 - 5x + 11$$

polinomunun $x - 1$ bölümündeki kalan kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

ÇÖZÜM

$$P(x) , x - 1 \Rightarrow P(1) = ?$$

$$x = 1$$

www.akademivizyon.com.tr

$P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümündeki kalan sorulurken $P(1)$ soruluyormuş.

Buna göre verilen polinomda x yerine 1 yazılırsa

$$P(1) = 2 - 5 + 11$$

$$P(1) = 8 \text{ bulunur.}$$

Cevap **D**'dir.

ÖRNEK

$$P(x - 2) = 7x^2 - 11x + 3$$

polinomu veriliyor.

$P(x + 1)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümündeki kalan kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

ÇÖZÜM

$$P(x + 1) , x + 2 \Rightarrow P(-1) = ?$$

$$x = -2$$

$P(x + 1)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümündeki kalan sorulurken $P(-1)$ soruluyormuş. Buna göre verilen polinom istenen ifadeye eşitlenirse,

$$x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1 \text{ olur.}$$

$$P(1 - 2) = 7 - 11 + 3$$

$$P(-1) = -1 \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap **C**'dir.



$P(x)$ polinomunun bir $Q(x)$ polinomuna bölümünden kalan isteniyorsa $Q(x)$ polinomunda en yüksek dereceli bilinmeyen çekilerek polinomda yerine yazılır.

ÖRNEK

$P(x)$ bir polinom ve

$$x^3 + ax - 8 = (x - 2) \cdot P(x)$$

olduğuna göre, $P(2)$ değeri kaçtır?

- A) 36 B) 32 C) 24 D) 12 E) 0

ÇÖZÜM

$$x^3 + ax - 8 = (x - 2) \cdot P(x)$$

a yı bulmak için önce $x = 2$ diyelim.

$$2^3 + a \cdot 2 - 8 = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$x^3 - 8 = (x - 2) \cdot P(x)$$

$$P(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)}{x - 2}$$

$$P(x) = x^2 + 2x + 4 \text{ olur.}$$

$$P(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 + 4 = 4 + 4 + 4$$

$$P(2) = 12 \text{ olarak bulunur.}$$

Cevap **D**'dir.



ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $P(x) \cdot Q(x)$ polinomunun derecesi 7, $\frac{P(x)}{Q(x)}$ polinomunun derecesi 5 olduğuna göre, $P^2(x) - Q^4(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

2. $P(x+1) = x^5 - \sqrt{3}x^3 + 2x^2 + 1$ polinomu veriliyor. Buna göre, $P(2x-1)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
- A) $4 - \sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) 1
D) 3 E) 4

3. $P(2x+1) = x^7 + x^6 + x^4 - x^3 + 1$ polinomu veriliyor. Buna göre, $P(x-1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $P(x) = (a-1)x^2 + (b-2)x + c - 3$ polinomunun sıfır polinomu olabilmesi için, $a \cdot b \cdot c$ çarpımı kaç olmalıdır?
- A) 6 B) 8 C) 12 D) 18 E) 24

5. $P(x, y) = 5x^2y^3 + \sqrt{3}xy^4 + 4x^3y^4 + x^4y^5 - 3x + 4$ polinomunun derecesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

6. $(x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 3x + 4) \cdot (x^3 - 2x^2 + 3x + 1)$ çarpımı yapıldığında x^3 lü terimin katsayısı kaçtır?

A) -15 B) -7 C) 6 D) 10 E) 12

7. $P(x) = x^4 + 3x^3 - ax^2 + 1$ polinomu $x - 1$ ile bölündüğünde 4 kalanını veriyor. Buna göre, $P(x-1)$ polinomu x ile bölündüğünde hangi kalanı verir?

A) -3 B) -2 C) 0 D) 4 E) 6

8. $\frac{P(x-1)}{Q(x+1)} = 2x^3 - 3$ ve $Q(x+2)$ polinomunun sabit terimi 5 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) -8 B) -6 C) -5 D) 8 E) 14

9. $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 7, $Q(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan 5 dir. Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 12 D) 35 E) 70

10. $P(x^2 - x) = 3x^2 - 3x + 5$ polinomu veriliyor. Buna göre, $P(-1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

11. $P(2x-1) = 4x^2 + 1$



olduğuna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 2x + 2$ B) $x^2 - 1$ C) $4x^2 + 4$
D) $x^2 + 2x + 1$ E) $x^2 - x + 1$

12. $P(x + 2) = x^3 - 5x^2 + x - 1$
Buna göre, $P(x + 3)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -15 B) -11 C) 7 D) 12 E) 17

13. $P(x) = x^2 - 3x + 11$
 $Q(x) = (x - 1) \cdot (x - m) + n$
 $P(x)$ polinomunun $Q(x)$ polinomuna eşit olabilmesi için $m \cdot n$ çarpımı kaç olmalıdır?

- A) 10 B) 14 C) 18 D) 27 E) 36

14. $\frac{2x+3}{x^2-x-2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2}$
olduğuna göre, $A + B$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

15. $P(x) = 2x^3 - 5x + a + 1$
polinomunun bir çarpanı $x - 1$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 11 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

16. $P(x) = x^7 + x^{\frac{2m-5}{m+1}} - x^5 - 2$
ifadesinin $R[x]$ de bir polinom olabilmesi için, m kaç farklı tam sayı değeri alır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. $P(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x$
olduğuna göre, $P(\sqrt[4]{4} + 1)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

18. $\frac{x \cdot P(2x+1)}{x^2 + Q(x-1)} = x^2 - 2x$
Buna göre, $P(x + 2)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -7 B) -4 C) 0 D) 2 E) 6

19. $(x - 2) \cdot P(x) = x^3 + 3ax - 8$
eşitliği veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 15

20. $P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 3, $x - 2$ ile bölümünden kalan 5 tir.
Buna göre, $P(x)$ polinomunun $x^2 - 3x + 2$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 15 B) 5 C) $2x + 1$
D) $x - 1$ E) x



ÇÖZÜMLER

1. $d(P(x)) = a$ ve $d(P(x)) = b$ alalım.
 $d(P(x) \cdot P(x)) = a + b = 7$

$$d\left(\frac{P(x)}{P(x)}\right) = \frac{a - b = 5}{2a = 12}$$

$$a = 6 \Rightarrow b = 1$$
 $d(P^2(x)) = 2a = 12$
 $d(Q^4(x)) = 4b = 4$
 $P^2(x) - Q^4(x)$ ifadesinde dereceler toplanmayacaktır. Burada yapılması gereken hangi polinomun derecesi daha büyük ise ifadenin derecesi de o olur.
 $d(P^2(x) - Q^4(x)) = \max\{12, 4\}$
 $= 12$
Cevap E'dir.
2. Katsayılar toplamı için $x = 1$ alınmalıdır.
 $P(2x - 1) = P(1) \Rightarrow$ aradığımız ifade $P(1)$ dir.
 \downarrow
 $x = 1$
 Verilen polinoma göre,
 $P(x + 1) = x^5 - \sqrt{3} \cdot x^3 + 2x^2 + 1$
 \downarrow
 $x = 0$
 $P(1) = 0 - 0 + 0 + 1$
 $= 1$
Cevap C'dir.
3. Sabit terim için $x = 0$ için alınmalıdır.
 $P(x - 1) = P(-1) \Rightarrow$ aradığımız ifade $P(-1)$ dir.
 \downarrow
 $x = 0$
 Verilen polinoma göre,
 $P(2x + 1) = x^7 + x^6 + x^4 - x^3 + 1$
 \downarrow
 $x = -1$
 $P(-1) = (-1)^7 + (-1)^6 + (-1)^4 - (-1)^3 + 1$
 $= -1 + 1 + 1 + 1 + 1$
 $= 3$
Cevap D'dir.
4. $P(x) = (a - 1)x^2 + (b - 2)x + c - 3$
 polinomunun sıfır polinomu olabilmesi için tüm x li terimlerin katsayıları sıfır olmalıdır.

$$\left. \begin{array}{l} a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ c - 3 = 0 \Rightarrow c = 3 \end{array} \right\} a \cdot b \cdot c = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

Cevap A'dir.
5. $P(x, y) = 5x^2 \cdot y^3 + \sqrt{3} \cdot xy^4 + 4x^3 \cdot y^4 + x^4 \cdot y^5 - 3x + 4$
 polinomunun derecesini bulabilmek için her bir terimdeki x ve y nin kuvvetler toplamına bakmalıyız. En büyük toplam kuvvet polinomun derecesidir.

$$P(x, y) = \underbrace{5x^2 y^3}_{2+3=5} + \underbrace{\sqrt{3} x^1 y^4}_{1+4=5} + \underbrace{4x^3 y^4}_{3+4=7} + \underbrace{x^4 y^5}_{4+5=9} - \underbrace{3x^1}_{1} + \underbrace{4}_{0}$$

 $d(P(x, y)) = \max\{0, 1, 5, 7, 9\} = 9$
Cevap B'dir.

6. Çarpımının sonucunda oluşacak x^3 lü terimi bulmak için yalnızca çarpımda x kuvvetler toplamı 3 yapan terimler çarpımına bakmak yeterlidir.

$$\begin{aligned} & (x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 3x + 4) \cdot (x^3 - 2x^2) + 3x + 1 \\ &= 2x^3 \cdot 1 - 5x^2 \cdot 3x + 3x - (2x^2) + 4 \cdot x^3 \\ &= 2x^3 - 15x^3 - 6x^3 + 4x^3 \\ &= -15x^3 \end{aligned}$$

Cevap A'dir.

7. $P(x) = (x - 1) \cdot A(x) + 4$
 \downarrow
 $x = 1$
 $P(1) = 4$
 $P(1) = 1^4 + 3 \cdot 1^3 - a \cdot 1^2 + 1 = 4$
 $5 - a = 4 \Rightarrow a = 1$
 $P(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 + 1$
 $P(x - 1) = x \cdot B(x) + k$
 \downarrow
 $x = 0$
 $P(-1) = k \Rightarrow P(-1) = (-1)^4 + 3 \cdot (-1)^3 + 1 = k$
 $-2 = k$
Cevap B'dir.

8. $Q(x + 2) = Q(2) = 5$
 \downarrow
 $x = 0$
 ve $P(x)$ polinomunun sabit terimi $P(0)$,
 $\frac{P(x - 1)}{Q(x + 1)} = 2x^3 - 3$ ifadesinde $x = 1$ alınırsa
 $\frac{P(0)}{Q(2)} = -1 \Rightarrow P(0) = -Q(2)$
 $= -5$
Cevap C'dir.

9. $P(x) = (x - 2) A(x) + 7 \Rightarrow P(2) = 7$
 \downarrow
 $x = 2$
 $Q(x) = (x - 2) \cdot B(x) + 5 \Rightarrow Q(2) = 5$
 \downarrow
 $x = 2$
 $P(x) \cdot Q(x) = (x - 2) \cdot C(x) + k$
 \downarrow
 $x = 2$
 $P(2) \cdot Q(2) = k$
 $5 \cdot 7 = k$
 $35 = k$
Cevap D'dir.

10. $P(x^2 - x) = 3x^2 - 3x + 5$
 $P(\underbrace{x^2 - x}_x) = 3(\underbrace{x^2 - x}_x) + 5$
 $P(x) = 3x + 5 \Rightarrow P(-1) = -3 + 5$
 $= 2$
Cevap E'dir.



11. $P(2x - 1) = 4x^2 + 1$
 aradığımız $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı $P(1)$ i bulalım.
 $P(2x - 1) = 4x^2 + 1$
 \downarrow
 $x = 1$
 $P(1) = 4 + 1$
 $= 5$
 seçeneklerde katsayılar toplamı 5 yapan polinom $x^2 + 2x + 2$ polinomudur.

Cevap A'dır.

12. $P(x + 3) = (x - 1) \cdot A(x) + k$
 \downarrow
 $x = 1$
 $P(4) = k$, aradığımız $P(4)$ ifadesini verilen $P(x + 2)$ polinomunda bulalım.
 $P(x + 2) = x^3 - 5x^2 + x - 1$
 \downarrow
 $x = 2$
 $P(4) = 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 2 - 1$
 $= -11$

Cevap B'dir.

13. $P(x) = x^2 - 3x + 11$ ve $Q(x) = (x - 1)(x - m) + n$ polinomları için,
 $P(x) = Q(x)$
 $x^2 - 3x + 11 = x^2 - xm - x + m + n$
 $-3x + 11 = (-m - 1)x + m + n$
 $-m - 1 = -3 \Rightarrow m = 2$
 $m + n = 11 \Rightarrow 2 + n = 11 \Rightarrow n = 9$
 $m \cdot n = 2 \cdot 9 = 18$

Cevap C'dir.

14. $\frac{2x+3}{x^2-x-2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2}$
 $\frac{2x+3}{x^2-x-2} = \frac{Ax-2A+Bx+B}{x^2-x-2}$
 $2x+3 = Ax+Bx+2A+B$
 $2x+3 = (A+B)x-2A+B$
 $A+B=2$

Cevap D'dir.

15. $P(x)$ polinomunun çarpanlarından birisinin $x - 1$ olması, $P(x)$ in $x - 1$ ile kalansız bölünebilmesini gösterir.
 $P(1) = 0$
 $P(x) = 2x^3 - 5x + a + 1$
 \downarrow
 $x = 1$
 $0 = 2 - 5 + a + 1$
 $2 = a$

Cevap E'dir.

16. $P(x) = x^7 + x^{\frac{2m-5}{m+1}} - x^5 - 2$
 ifadesinin bir polinom olabilmesi için $\frac{2m-5}{m+1} \in \mathbb{N}$ olmalıdır.

$$\frac{2m-5}{m+1} = 2 - \frac{7}{m+1}$$

ifadesinin doğal sayı olabilmesi için $m + 1$ sayısı 7 nin bölenleri olmalıdır. Bu durumda $m = \{-8, -2, 6\}$ değerlerini alabilir.
 $m = 0$ için $2 - 7 = -5 \notin \mathbb{N}$

Cevap C'dir.

17. $P(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 - 1$
 $P(x) = (x - 1)^4 - 1$
 $P(\sqrt[4]{4} + 1) = (\sqrt[4]{4} + 1 - 1)^4 - 1$
 $= 4 - 1 = 3$

Cevap E'dir.

18. $P(x + 2) = (x - 3) \cdot A(x) + k \Rightarrow P(5) = k$
 \downarrow
 $x = 3$

$$\frac{x \cdot P(2x + 1)}{x^2 + Q(x - 1)} = x^2 - 2x \text{ ifadesinde } x = 2 \text{ için,}$$

$$\frac{2 \cdot P(5)}{4 + Q(1)} = 4 - 4 \Rightarrow 2 \cdot P(5) = 0$$

$$P(5) = 0$$

Cevap C'dir.

19. $(x - 2) \cdot P(x) = x^3 + 3ax - 8$
 \downarrow
 $0 = 8 + 6a - 8$
 $x = 2$
 $0 = 6a \Rightarrow a = 0$

$$(x - 2) \cdot P(x) = x^3 - 8$$

$$(x - 2) \cdot P(x) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$P(x) = x^2 + 2x + 4$$

$$P(x) = (x - 2)A(x) + k$$

$$\downarrow$$

$$x = 2$$

$$P(2) = k \Rightarrow P(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 + 4 = 12$$

Cevap D'dir.

20. $P(x) = (x - 1)A(x) + 3 \Rightarrow P(1) = 3$
 \downarrow
 $x = 1$

$$P(x) = (x - 2)B(x) + 5 \Rightarrow P(2) = 5$$

$$\downarrow$$

$$x = 2$$

$$P(x) = (x^2 - 3x + 2)C(x) + ax + b \text{ ifadesinde}$$

$$x = 1 \text{ için } P(1) = 3 = a + b$$

$$x = 2 \text{ için } P(2) = 5 = 2a + b$$

$$2a + b = 5$$

$$-a + b = 3$$

$$\hline a = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$ax + b = 2x + 1$$

Cevap C'dir.



KONU TEKRAR TESTİ

1. Her x reel sayısı için,
 $x^3 + ax^2 + bx + c = x(x-2)^2 + 3x - 1$
 eşitliği sağlandığına göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
2. $P(3x - 5) + P(2x - 4) = x^2 + 4x - 5$
 $P(x)$ polinomunun sabit terimi 4 olduğuna göre, katsayılar toplamı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
3. $\frac{P(x) \cdot (x+3)}{x-1} = 2x^2 + 5x + k$
 eşitliğinde $P(x)$ bir polinom olduğuna göre, k kaçtır?
 A) 0 B) -1 C) -2 D) -3 E) -4
4. $P(x) = ax^2 + bx - a + b$
 polinomunun sabit terimi -2 ve katsayılar toplamı 6 olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?
 A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3
5. $\frac{P(x+5)}{Q(x-2)} = 2x^2 + 3x - 5$
 $P(x)$ polinomunun $x - 1$ ile bölümünden kalan 60 olduğuna göre, $Q(x - 4)$ polinomunun $x + 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $(3x^3 - 2x^2 - x - 2) \cdot (2x^3 + 5x^2 + 4)$
 çarpımı sonucunda x^3 lü terimin katsayısı kaç olur?
 A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 10
7. $P(x) + P(-2x) = 5x^2 - 3x + 4$
 olduğuna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $2x^2 - 3x + 4$ B) $2x^2 + 3x + 2$
 C) $x^2 - 3x + 2$ D) $x^2 + 3x + 2$
 E) $x^2 - 3x - 2$
8. $3 \cdot P(x^2) = P(2x) \cdot x + 6$
 olduğuna göre, $P(0) + P(4)$ toplamı kaçtır?
 A) -2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 12
9. $P(x) = 4x^2 + mx + 9$
 polinomunun tam kare olabilmesi için m nin değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?
 A) -24 B) -12 C) -6 D) 18 E) 20
10. $P(x) = \frac{3x^3 + mx^2 - 2x + 1}{x + 1}$
 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



11. $P(x) \cdot (x + 3) = Q(x) \cdot (x - 2) + 2x + 1$ olduğuna göre, $P(x) + Q(x - 5)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\frac{P(x+1)}{2x^2 - x - 1} = Q(x) + 3$
 $Q(x)$ polinomu $x - 3$ ün bir tam katı olduğuna göre, $P(4)$ kaçtır?

A) 13 B) 25 C) 30 D) 42 E) 45

13. $P(2x-1) = x^2 - 2x + 3$ polinomu veriliyor.
 $P(x+2)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

14. $P(x) = x^{12} - 4x^6 - 3$
 polinomunun $x^3 + \sqrt{3}$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) -9 B) -6 C) -3 D) 0 E) 3

15. $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$
 olduğuna göre, $P(\sqrt[3]{6} - 1)$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

16. $P(x + 2) = Q(x^2 - 1) + x - 3$ polinomu veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre, $P(x - 2)$ polinomunun $x - 3$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

17. $P(x) = (x+2)(x^2 + mx) - nx + 1$
 $Q(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 1$ ve
 $P(x) = Q(x)$ olduğuna göre $m - n$ kaçtır ?

A) -27 B) -11 C) -8 D) 8 E) 11

18. $P(x) = (x - 7)^{2a+1} + (x - 1)^a + (3x + 1)^{b-1}$
 polinomunun $x - 5$ ile kalansız bölünebilmesi için a ile b arasında nasıl bir bağıntı olmalıdır?

A) $a = b + 1$ B) $a = 2(b - 1)$ C) $a = 3b$
 D) $a = 3b - 1$ E) $a = 4b$

19. $\frac{4x - 2}{x^2 - 6x + 8} = \frac{A}{x - 4} + \frac{B}{x - 2}$
 olduğuna göre, $A - B$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

20. $(6x^3 - 6x)$, $(4x^2 - 4x)$, $(2x^3 - 6x^2 + 4x)$ ifadelerinin OBEB leri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 - x$ B) $2(x^2 + x)$ C) $x^2 - 1$
 D) $2(x^2 - x)$ E) $2(x^2 + 1)$

